www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

MAP 90 CONCOURS RESEAU ESCO

MATHEMATIQUES

DUREE : 4 heures

OPTION : GENERALE PRIME

PROBLEME

On considère la fonction f définie par :

$$F(x) = x \exp\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right) \quad \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$$

Soit C sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1. a) Etudier les éventuelles limites de f à gauche et à droite de 1.
   Peut-on prolonger f par continuité à gauche (resp. à droite) en 1 ?
   f est-elle alors dérivable à gauche (resp. à droite) en 1 ?
   b) Mêmes questions en remplaçant 1 par -1.

2. a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$.
   b) Montrer que :

$$f'(x) = \exp\left(\frac{2x}{x^2 - 1}\right) \frac{1}{(x^2 - 1)^2} P(x)$$

   où P est un polynôme de degré 4 que l'on explicitera.
   c) Montrer qu'il existe deux réels a et b tels que :

$$P(x) = (x^2 - ax + 1)(x^2 - bx + 1)$$

   d) En déduire les variations de f sur son domaine de définition.

3. Etudier les branches infinies de C. Préciser les asymptotes. On étudiera notamment la position de C par rapport à son asymptote oblique.

4. Tracer C. On donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près des extremums, et on déterminera la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.

5. On considère la suite (u_n) définie par u_0 et $u_n = f(u_{n-1})$ pour $n \geq 1$.
   a) On suppose $u_0 > 1$.
   Montrer que la suite (u_n) $n \in \mathbb{N}$, est croissante. En déduire qu'elle diverge vers $+\infty$.
   b) On suppose $0 \leq u_0 < 1$. Montrer que la suite (u_n) $n \in \mathbb{N}$, est décroissante. Etudier sa convergence.

.../...

EXERCICE 1

Les calculs seront présentés sous forme de tableau ; les nombres figurant dans ce tableau seront arrondis à 10^{-4} près au plus proche et les calculs effectués à partir de ces valeurs. Les formules utilisées devront être citées.

On considère le tableau suivant donnant le prix de vente y(en 10^4 francs) d'un véhicule d'occasion en fonction de son âge x (en années).

âge	1	2	3	4	5	6	7	8
prix	2,50	1,70	1,20	1,10	0,90	0,80	0,78	0,40

1. On pose u = log (x) (log signifiant logarithme décimal).
   Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre u et y.

2. Sur papier semi-logarithmique, représenter le nuage de points M(x,y).

3. Déterminer une équation de la droite de régression de y en u, au sens des moindres carrés. Tracer cette droite sur le graphique précédent.

4. Donner une estimation du prix de vente d'un véhicule de 10 ans d'âge.

EXERCICE 2

On considère les matrices suivantes :

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad A = \frac{1}{4} B$$

1. a) Montrer que $B^3 = 6\,B^2 - 8\,B$
   b) En déduire une relation linéaire entre A^3, A^2 et A.

2. Montrer qu'il existe deux suites réelles $(a_k)_{k\in\mathbb{N}^*}$, et $(b_k)_{k\in\mathbb{N}^*}$, telles que $A^k = a_k\,A^2 + b_k\,A$ pour tout $k \in \mathbb{N}^*$.

3. a) Déterminer deux réels α et β tels que :

$$a_{k+1} = \alpha a_k + \beta a_{k-1} \text{ pour tout } k \geqslant 2.$$

   b) Exprimer a_k en fonction de k.
   c) En déduire A^k en fonction de k.

• • •

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail